TALABALARDA OLIY MATEMATIKA FANINI O'QITISHDA DETERMINANT VA UNING YECHILISH USULLARINI O'RGATISH

Mamasidikov Bahodir Qobuljon o'g'li
Andijon mashinasozlik instituti
Axborot texnologiya kafedrasi
stajyor o'qituvchisi
G-mail. *bahodirmamasidikov6@gmail.com*

Annotatsiya:Ushbu maqolada determinant va uning xossalari hamda determinant yechish usullari ko'rib chiqiladi. Misollar orqali yechilish usullari foydalanuvchi uchun oson tushintirib beriladi.

Kalit so'zlar: Determinant, Laplas usuli, Sarius usullari,diagonallar qoidasi,minor va algebraik to'ldiruvchilar.

Algebra kursida asosiy tushunchalardan biri bo'lgan determinant tushunchasi muhim o'rin tutadi. Bizga ma'lumki,determinant tushunchasi maktab darsliklariga kiritilmagan va maktab o'quvchilari uchun noma'lum tushuncha. Universitet va institut talabalari uchun esa yangilik hisoblanadi. Determinantni biz bevosita, ya'ni to'g'ridan to'g'ri tushunib yetishimiz qiyin. Undan oldin "O'rin almashtirishlar va o'rniga qo'yishlar" va "Matritsa" mavzularini chuqurroq o'rganilsa, o'quvchi uchun ham, talaba uchun ham qulay hisoblanadi.Hozir esa "Determinant" haqida o'rgangan va bilganlarimni sizlar bilan baham ko'rmoqchiman.

Determinant so'zi lotincha so'z bo'lib, "determinans"-aniqlovchi, ya'ni matematik tushuncha bo'lib, bu berilgan matritsani yechish, hisoblash va qiymatini aniqlash degan ma'noni anglatadi. Determinant elementlardan tashkil topgan bo'lib, bu elementlarning gorizantal va vertikal qatori o'z navbatida, satr va ustunlarni hosil qiladi. Satrlari (i) va ustunlari (j) soni o'zaro teng (i=j) bo'lgan matritsaga kvadrat matritsa deyiladi va determinant faqatgina kvadrat matritsalar uchun o'rinlidir. Biz matritsa va determinantni farqlay bilishimiz lozim: matritsa- bu sonlar to'plamining to'g'ri to'rtburchakli jadvali bo'lsa, determinant-o'sha jadvalning qiymati, aniq bir son. Satr va ustunlar soniga qarab, determinantning tartibi aniqlanadi. Masalan, ikkita satr va ikkita ustundan iborat ifoda ikkinchi tartibli determinant, uchta bo'lsa, uchinchi tartibli determinant va h.k. Bulardan eng sodda ko'rinishi ikkinchi tartibli determinantdir.

Sodda qilib aytilganda, n ta ustun va n ta satrdan iborat bo'lgan kvadrat matritsaga n-tartibli determinant deyiladi va determinant quyidagicha belgilanadi:

$$\det A=\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Amaliyotda, asosan, ikkinchi,uchinchi va to‘rtinchi tartibli determinantlardan foydalaniladi.Determinantning bir nechta xossalari mavjud. Determinantni hisoblashda shu xossalardan foydalaniladi.Masalan, ikkinchi tartibli determinantni olsak,

$$\det A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = (-1)^{1+1}a_{11}a_{22} + (-1)^{1+2}a_{12}a_{21} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

kabi ko‘rinishida yoziladi va hisoblanadi. Bu yerda a_{11}, a_{22} –determinantning bosh diagonalini, a_{12}, a_{21} esa yordamchi diagonalini tashkil etadi.

Ta'rif: n-tartibli determinant deb, har bir satrdan va ustundan bittadan olingan elementlari ko‘paytmasining algebraik yig'indisiga aytiladi.

$$\det A=\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum^{n!} sign(\alpha) a_{1\alpha_1} a_{1\alpha_2} \dots a_{n\alpha_n}.$$

Determinantda algebraik to‘ldiruvchilar va minorlar

Endi biz determinantlarni hisoblashda muhim vositachi vazifasini bajaruvchi minor va algebraik to‘ldiruvchi tushunchalarini kiritamiz. Minorlar va algebraik to‘ldiruvchilar determinantlarning tartibini pasaytirib hisoblashda asosiy rol o‘ynaydi.

Bizga quyidagi n -tartibli determinant berilgan bo‘lsin:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Determinantning ixtiyoriy $a_{i,j}$elementining algebraik to‘ldiruvchisi deb, $a_{i,j}$ elementni 1 bilan, i -satr va j -ustun qolgan elementlarini nollar bilan almash-tirishdan hosil bo‘lgan determinantga aytiladi, ya'ni $a_{i,j}$elementning algebraik to‘ldiruvchisi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & 0 & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & 0 & \dots & a_{n,n} \end{vmatrix}$$

Berilgan a_{ij}elementning algebraik to‘ldiruvchisi A_{ij}kabi belgilanadi.

Determinant a_{ij} elementining M_{ij} minori deb, shu element joylashgan satr va ustunini o‘chirishdan hosil bo‘lgan determinantga aytiladi.

a_{ij} elementning A_{ij} algebraik to‘ldiruvchisini uning minori orqali ifodalash ham mumkin:

$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

$$A=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

Yuqoridagi A determinant berilgan bo‘lsa,u holda uning minori va algebraik to‘ldiruvchisi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$M_{11} = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 8 - (-3) = 11$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 8 + 3 = 11.$$

Uchinchi tartibli determinantni hisoblash usullari

Uchinchi tartibli determinantni hisoblashning Sarryusning 1,2-qoidalari, uchburchak usuli va yana bir necha usullari mavjud. Bu usullarni misollar orqali birma bir ko‘rib chiqamiz.

1-usul.(Uchburchakusuli)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \\ 8 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 8 - 15 + 96 - 96 - 20 - (-6) = -21$$

$\mathbf{2-usul}.$ (Sarryusning $1 -$ qoidasi)

Sarryusning 1-qoidasi bu satrlarni ko‘chirib hisoblash qoidasi:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -4 + 0 + (-12) - 24 - 0 - (-12) = -28$$

3-usul.(Sarryusning 2-qoidasi). Ustunlarni ko‘chirish qoidasi:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -3 & 4 & -1 \\ 5 & 3 & 2 \end{vmatrix}\begin{matrix} 2 & 3 \\ -3 & 4 \\ 5 & 3 \end{matrix} = 16 + (-15) + 9 - 20 - (-6) - (-18) = 14$$

Teorema: (Laplas teoremasi). Determinantning tanlab olingan k ta ($1 \le k \le n-1$) satri bo‘yicha barcha k -tartibli minorlarining o‘z algebraik to‘ldiruvchilariga ko‘paytmalari yig’indisi determinantning qiymatiga teng.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

$$= M_{13}^{12}A_{13}^{12} + M_{13}^{13}A_{13}^{13} + M_{13}^{14}A_{13}^{14} + M_{13}^{23}A_{13}^{23} + M_{13}^{24}A_{13}^{24} + M_{13}^{34}A_{13}^{34}$$

Misol:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & -1 \\ 5 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = (-1)^{1+4+1+2} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} +$$

$$(-1)^{1+4+1+3} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+4+1+4} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} +$$

$$(-1)^{1+4+2+3} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+4+2+4} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} +$$

$$(-1)^{1+4+3+4} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 0 + (-1) * 0 + 0 + 0 + (-1) * 0 + 4 * (-1) = -4$$

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. D.S.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra, 1997, P. 636.
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "Algebra and number theory" 2010, P. 523.
3. Ш.А.Аюпов, Б.А.Омиров, А.Х.Худойбердиев, Ф.Ҳ.Ҳайдаров, Алгебра ва сонлар назарияси, Тошкент "Тафаккур бўстони" 2019, 295 б. (ўқув қўлланма)
4. Назаров Р.Н.,Тошпўлатов Б.Т., Дусумбетов А.Д. Алгебра ва сонлар назарияси.Т., Ўқитувчи. I – қисм, 1993 й., 2 - қисм, 1995 й. (ўқув қўлланма)