
ОДНОМЕРНЫЕ ЭКСИТОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КВАНТОВЫХ ПРОВОДАХ

Убайдуллаев М.Ш.

Самаркандский филиал
Ташкентского университета
информационных технологий,
Самарканд, Узбекистан.
ubaydullayev@samtuil.uz

Эшпулатов Б

Самаркандский филиал
Ташкентского университета
информационных технологий,
Самарканд, Узбекистан.

Ибадуллаева З.К

Самаркандский филиал
Ташкентского университета
информационных технологий,
Самарканд, Узбекистан.

***Аннотация:** Теоретически исследованы основное и возбужденное состояния экситона в бесконечно цилиндрической проволоке. Исследован эффективный кулоновский потенциал электронно-дырочной связи в зависимости от магнитного поля. Численно исследованы зависимости эффективного потенциала и энергии связи экситона от магнитного поля при различных значениях параметра, зависящего от соотношения радиуса и типа материалов проволоки.*

***Ключевые слова:** проволока, основное состояние, экситон, магнитное поле, адиабатическое приближение, эффективный потенциал, магнитная длина.*

Введение.

В последние годы изучение одномерных (1D) экситонных состояний в квантованных полупроводниковых проволоках стало актуальной задачей физики полупроводников [1]. Это связано с изменением фундаментальных физических свойств экситонных состояний, таких как энергия связи, и их зависимостью от приложенного внешнего магнитного поля. Оптические и фотоэлектрические свойства одномерных структур оказываются весьма

нетривиальными и открывают весьма заманчивые перспективы для приложений. Например, на их основе создаются быстродействующие микроэлектронные элементы, имеющие значительные преимущества перед существующими [2-3]. В настоящее время активно разрабатываются новые типы люминесцентных экранов [4], солнечных элементов [5], различные типы фотоприемников и фотоумножителей [6-8].

В данной работе мы теоретически исследуем основное и возбужденное состояния экситона в бесконечно длинном цилиндрическом проводе.

Волновые функции и энергетический спектр экситона.

При направлении магнитного поля вдоль оси провода (оси z) для электрона ($q = -|e|$ и для дырки $q = +|e|$) имеет вид

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m} \left(-i\hbar\nabla - \frac{q}{c} \vec{A} \right)^2 + V(\vec{r}), \quad (1)$$

Вот $\vec{r} = (x, y)$ двумерный радиус-вектор поперек провода, e - заряд электрона, c - скорость света в вакууме, $V(\vec{r})$ потенциал ограниченности внутри квантового провода. В связи с симметрией рассматриваемой задачи выберем векторный потенциал в виде $\vec{A} = \frac{1}{2} H \rho \vec{e}_\theta$. При этом условия зависимости по ρ и θ разделяются и волновая функция может быть записана в виде $\psi(\rho, \theta) = R(\rho) e^{-i\theta t}$. Тогда уравнение Шрёдингера имеет вид:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{l^2}{\rho^2} \right) R(\rho) + \left[-\frac{m\omega_c}{\hbar} \text{sign}(q) l - \left(\frac{m\omega_c}{\hbar} \right)^2 \rho^2 + \frac{2mE}{\hbar^2} \right] R(\rho) = 0, \quad (2)$$

где $\omega_c = |e|\hbar / mc$ - циклотронная частота.

Вводим следующие параметры, $1/l_H^2 = m\omega_c / 2\hbar$, $k^{*2} = -\text{sign}(q) l (m\omega_c / 2\hbar + 2mE / \hbar^2)$ и установка $R(\rho)$ к виду

$R(\rho) = \rho^{|l|} \exp(-\rho^2 / 2l_H^2) f(t)$ получаем из (2)

$$t f'' + [(|l|+1) - t] f' - \left[\frac{1}{2} (|l|+1) - \frac{l_H^2 k^{*2}}{4} \right] f = 0, \quad (3)$$

где $t = \rho^2 / l_H^2$.

Решение уравнения (3) выражается через вырожденную гипергеометрическую функцию в виде [9]

$$\psi_{n,l}(\rho, \theta) = C_{n,l} e^{-i\theta l} e^{|\theta|} e^{-\rho^2 / 2l_H^2}, \quad F_1 \left(-a_{n,l}; |l|+1; \rho^2 / l_H^2 \right), \quad (4)$$

где $C_{n,l}$ - константа скорости и

$$a_{n,l} = \frac{1}{2}(|l|+1) - \frac{l_H^2 k^{*2}}{4}, \quad (5)$$

исходит из условия жесткой стенки, т.е. $\psi_{n,l}(R, \theta) = 0$. Энергия несвязанной частицы имеет вид

$$E_{n,l} = \hbar\omega_c \left(a_{n,l} + \frac{1+|l|+\text{sign}(q)l}{2} \right) \quad (6)$$

Эффективный экситонный потенциал.

Полный экситонный гамильтониан имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{tot} = & -\frac{1}{2m_e} \left(\vec{\rho}_{x_e, y_e} + \frac{|e|\hbar}{c} \vec{A} \right)^2 + V_e(x_e, y_e) - \frac{1}{2m_h} \left(\vec{\rho}_{x_h, y_h} - \frac{|e|\hbar}{c} \vec{A} \right)^2 + V_h(x_h, y_h) - \\ & - \frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla_{z_e}^2 - \frac{\hbar^2}{2m_h} \nabla_{z_h}^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{\sqrt{(x_e - y_e)^2 - (x_h - y_h)^2 + z^2}} \end{aligned} \quad (7)$$

это уравнение Шредингера, соответствующее случаю $H=0$, когда относительное движение и движение центра масс рассматриваются независимо, для волновой функции экситона используется адиабатическое приближение и вводятся безразмерные переменные (длина измеряется в единицах R). Это приводит к уравнению

$$\left[-\alpha \nabla_z^2 + V_{eff}(z) \right] \phi(z) = E_{n,l} \phi(z) \quad (8)$$

где z берется в единицах R , $V_{eff}(z) = V_{eff}(z) / E_0$,

$$V_{eff}(z) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon} \int dx_e dx_h dy_e dy_h \cdot \frac{|\psi_{n,l,k_z}(x_e, y_e)|^2 |\psi_{n,l,k_z}(x_h, y_h)|^2}{\sqrt{(x_e - x_h)^2 - (y_e - y_h)^2 - z^2}}, \quad (9)$$

$E_{n,l} = E_{n,l} / E_0$, $E_0 = e^2 / 4\pi \in R$, $\alpha = a_B^* / 2R$, $a_B^* = 4\pi \in \hbar^2 / \mu e^2$ - эффективный радиус кабана, $E_{n,l} = E_{tot} - E_e - E_h - \hbar^2 K^2 / 2M$, $z = z_e - z_h$, $M = m_e - m_h$, $\mu = (m_e m_h) / (m_e + m_h)$. В экситонной волновой функции вместо вырожденной гипергеометрической функции можно взять функции Куммера, т.е.

$$F_1(a; b; z) = M(a; b; z) \quad (10)$$

На рис. 1 представлена зависимость эффективного потенциала от магнитного поля. Эти потенциалы можно аппроксимировать, представив в виде [10]

$$V_{eff}(z) = -\left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \frac{1}{l_0 R} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{|z|}{\sqrt{2}l_0/R}\right) \right] e^{|z|^2/2(l_0/R)^2} \quad (11)$$

В дальнейшем связь между l_B и $V_{eff}(z=0)$ представляет интерес, так как значения позволяют $V_{eff}(z=0)$ вычислить длину осциллятора

$$l_0/R = -\frac{1}{V_{eff}(0)} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2}, \quad (12)$$

изменения эффективного потенциала для всех значений z и магнитного поля.

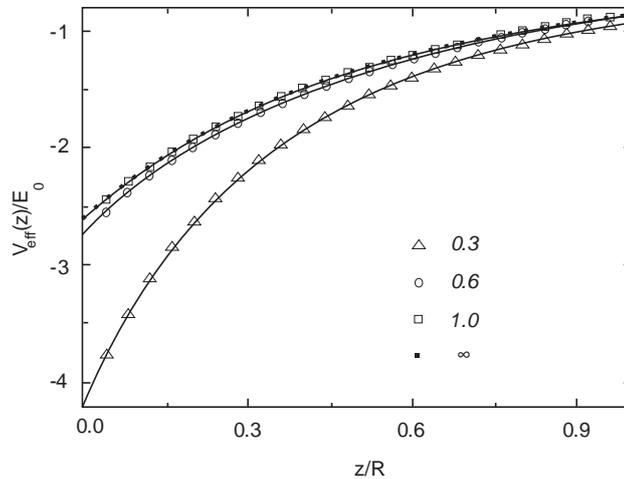


Рисунок 1. Зависимость экситонного потенциала, когда электрон и дырка находятся в разных значениях магнитного поля.

Примерный эффективный потенциал (11) показан на рисунке (раскрывающие символы) для сравнения с расчетным. Сравнение эффективного потенциала без магнитного поля ($l_B/R = \infty$, линия с точками).

На рис. 2 показаны расчеты для случаев, когда электрон и дырка находятся в разных возбужденных состояниях. Эти кривые показывают, что большие значения магнитной длины l_B соответствуют случаю без магнитных полей, а кривые приближаются к рассчитанным ранее значениям $V_{eff, l_B \rightarrow \infty}(z=0)$ в $H=0$. При малых значениях l_B уравнения (11) совпадают с расчетными значениями, для больших магнитных полей потенциал локализации примет параболический вид. Замена длины осциллятора l_0 по l_B , для сильных магнитных полей получаем:

$$V_{eff, l_B \rightarrow 0}^{0,0}(z=0) = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(l_B/R)}. \quad (13)$$

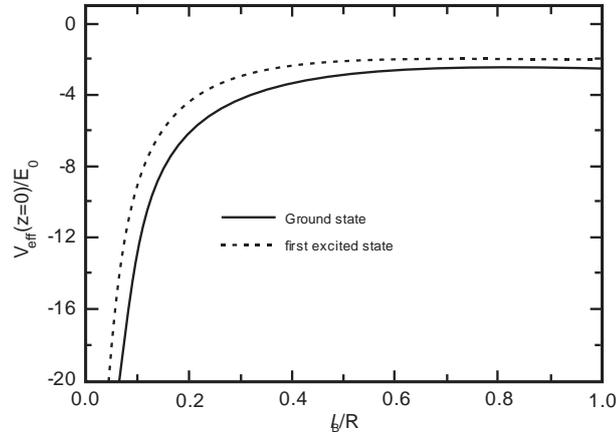


Рис.2. Зависимость эффективного экситонного потенциала при $z = 0$ от магнитной длины l_B (магнитного поля).

Подставляя результаты в простое уравнение, мы получаем аппроксимацию эффективного потенциала как функции магнитного поля:

$$V_{eff}^{0,0}(z=0) = V_{eff, l_B \rightarrow 0}^{0,0}(z=0) - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(\tilde{l}/R)} e^{-pl_B}, \quad (14)$$

где $1/\tilde{l}^2 = 1/l_0^2 + 1/l_B^2$. Два параметра были определены из подгоночных данных, когда электрон и дырка находятся в основном состоянии $l_0/R = 0.0624 \pm 0.0021$ и $pR = 8.570 \pm 0.090$. Заметим, что используя приближенное уравнение (11), заменяя l_0 на l_B , мы учитываем магнитное поле.

Действуя, как в [5], для первого возбужденного состояния электрона и дырки получаем:

$$V_{eff, l_B \rightarrow 0}^{0,1}(z=0) = -\frac{11}{16} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(l_B/R)}, \quad (15)$$

Поэтому положим $|n_e, l_e\rangle = |n_h, l_h\rangle = |n, l\rangle = |0, 1\rangle$ приближенно к другим функциям

$$V_{eff}^{0,1}(z=0) = V_{eff, l_B \rightarrow \infty}^{0,1}(z=0) - \frac{11}{16} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(\tilde{l}/R)} e^{-pl_B}, \quad (16)$$

где $l_0/R = 0.0462 \pm 0.0026$ и $pR = 10.73 \pm 0.17$. Расчетные и подгоночные данные на рис. 2 хорошо согласуются.

Далее мы вычислим энергию связи экситона как функцию магнитного поля (или магнитной длины l_B) для некоторых выбранных значений α . Результаты расчетов представлены на рис. 3.

На основных кривых показаны только зависимости энергии связи для основного состояния экситона, а на (б) — зависимости для первого и второго возбужденных состояний. В (б) видно, что влияние магнитного поля на основное состояние больше, чем на первое и второе возбужденные состояния, которые почти постоянны. Для сильных магнитных полей, что соответствует $l_B/R \rightarrow 0$ и эффективный потенциал (11) принимает вид [10] $1/z$.

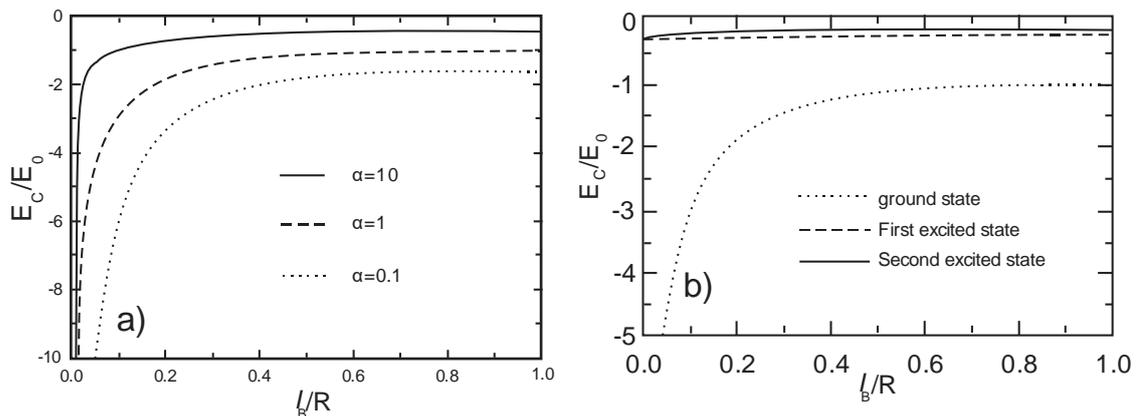


Рис.3. Энергия связи экситона, соответствующая основным состояниям электрона и дырки, в зависимости от магнитной длины $l_B = \sqrt{2\hbar/eH}$ для разных значений α . б) показаны кривые для $\alpha = 1$ основного, первого, второго возбужденных состояний.

Закключение.

Таким образом, энергия связи экситона может быть рассчитана квазианалитически и численно [11]. Исследовано влияние магнитного поля на энергию связи экситона и найдено аналитическое выражение для эффективного потенциала при любых значениях магнитного поля. Рассчитана связь между энергией связи экситона и магнитным полем, причем магнитное поле оказывает большее влияние на основное состояние и сильно меняется с изменением магнитного поля.

Ниже приведены примеры библиографических ссылок для различных типов документов.

Рекомендации

1. B. Eshpulatov and M. Ubaydullaev, "Binding Energy of a One-Dimensional Exciton in a Magnetic Field," // 2020 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT), Tashkent, Uzbekistan, 2020, pp. 1-3, doi: 10.1109/ICISCT50599.2020.9351377.

2. Wang F., Tan W.B., Zhang Y., Fan X. and Wang M. "Luminescent nanomaterials for biological labelling", // *Nanotechnology*, 2006, 17(1) –pp. R1–R13, DOI: 10.1088/0957-4484/17/1/R01
3. Cui Yi, Duan X., Huang Yu, Lieber M. "Nanowires as Building Blocks for Nanoscale Science and Technology", // *Nanowires and Nanobelts*, 2003, DOI: 10.1007/978-0-387-28745-4-1.
4. Morales, A.M., Lieber, C.M., A laser ablation method for the synthesis of crystalline semiconductor nanowires. // (1998) *Science*, 279 (5348), pp. 208-211., doi: 10.1126/science.279.5348.208.
5. Cui, Y., Lieber, C.M. Functional nanoscale electronic devices assembled using silicon nanowire building blocks // (2001) *Science*, 291 (5505), pp. 851-853. doi: 10.1126/science.291.5505.851
6. Korovin, L.I., Pavlov, S.T., Eshpulatov, B.E., Excitonic channel of two-phonon resonant Raman scattering in a quantum well // (1994) *Solid State Communications* 89(10), pp. 855-857
7. H. Primova, O. Yalgashev and L. Safarova, "Solution of the multi-criterial routing problem in telecommunication networks," // 2019 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT), Tashkent, Uzbekistan, 2019, pp. 1-3, doi: 10.1109/ICISCT47635.2019.9012045.
8. Korovin L. I. and Eshpulatov B. E. "Theory of interband absorption of light by a near-surface layer of a semiconductor." // *Physics of the Solid State*, 1979, 21(12) - pp. 3703–3712.
9. Gradshteyn I.S. and Ryzhik I.M. 1971. *Tables of Integrals, Series and Products*. // «Nauka», Moscow, pp. 1071-1073.
10. S. Bednarek, B. Szafran, T. Chwiej, J. Adamowski., Effective interaction for charge carriers confined in quasi-one-dimensional nanostructures. // (2003) *Physical Review B* 68, pp. 045328.
11. Eshpulatov B.E., Ubaydullaev M.Sh. 2020. Determination of the effective potential of an exciton in nanowires by a computer method of piecewise polynomial calculation. // *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 6(30) – pp 24-30.